

The Studies of Causality Analysis of  
Statistical Time Series and the Theory of  
Statistical Inference in Econometrics-Partial  
Causality, Simultaneous Test and  
Conditionality Estimation-(統計的時系列の因果  
関係分析と計量経済学における統計的推測理論の研  
究-偏因果性、同時検定及び条件性推定-)

著者	照井 伸彦
号	11
発行年	1990
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/14759">http://hdl.handle.net/10097/14759</a>

てる      い      のふ      ひこ  
照      井      伸      彦

学位の種類	経済学博士
学位記番号	経博第11号
学位授与年月日	平成2年11月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	東北大学大学院経済学研究科（博士課程）経済学専攻
学位論文題目	The Studies of Causality Analysis of Statistical Time Series and the Theory of Statistical Inference in Econometrics — Partial Causality, Simultaneous Test and Conditionality Estimation — (統計的時系列の因果関係分析と計量経済学における統計的推測理論の研究 — 偏因果性、同時検定及び条件性推定 —)
論文審査委員	(主査) 教授 細谷 雄三      教授 栗山 規矩 教授 佃      良彦

## 論文内容の要旨

本論文では、次に示す3つの統計的諸問題を扱う。

第1部では、多変量定常時系列変量間の因果関係分析が議論される。

グレンジャー（Granger(1969)）によって予測誤差に基づく経済変量間の統計的因果関係の“operational”な定義が二変量定常時系列システムのなかでなされて以来、非因果性を検定するための様々な統計的仮設検定法が提案されてきた。第1章では、因果関係を定義およびその諸性質が概説される。第2章では、時間領域での因果関係を検出するためのおもな統計的検定法および因果関係分析の代表的実証例が紹介される。第3章では、周波数領域での因果関係分析が議論され、二変量定常時系列システムのなかで、グレンジャーの因果コヒーレンスと他の2つの尺度（ゲウイークの線形依存及びフィードバック尺度、赤池のRPC(relative power contribution))の関係が示される。(定理3.1)

2組の時系列変量間の因果関係分析は、第3の変量がシステムに存在する場合の分析には、直接的には拡張できない。グレンジャー（Granger(1980)）は、そのような場合の分析では様々な問題

点が生じることを指摘した。また、シァオ (Hsiao(1982)) は、システムに第3の変量が存在する場合には、通常の因果関係の他に、見せかけの因果関係、及び間接的因果関係が存在することを示した。経験的例として、シムズ (Sims(1972)) は、アメリカの貨幣残高と名目所得の間の因果関係を二変量時系列モデルの中で分析し、貨幣残高から名目所得への一方方向の因果関係を検出した。しかし、利子率をもシステムへ含めた研究 (シムズ (1980)) では、利子率の重要性が強調される結論となった。そこで、4章では、第3の変量がシステムに存在する場合の因果関係分析に、偏因果性 (Partial Causality) という概念を導入して分析を行う。

第3の変量の効果を両方の変量から除去し、その後の変量どうしの因果関係を偏因果性と定義する。第3の変量を含む出発点のシステムと偏因果性のシステムの自己回帰係数の関係が定理として与えられる (定理4.1)。偏因果性のシステムにおいて一方方向の因果関係が生じるための条件、および無関係になるための条件が出発点のシステムの自己回帰係数のゼロ制約という形で与えられる (系4.1、系4.2)。また、偏因果関係におけるシムズ検定ともいうべき分布ラグ表現が導かれる。いま  $(x_t, y_t, z_t)$  を出発点のシステムとし、 $(x_t^*, y_t^*)$  を第3の変量  $\{z_t\}$  の効果を除去した後の偏因果関係のシステムとする。そのとき、 $x^*$  が  $y^*$  をグレンジャーの意味で引き起こしていないという命題は、 $x_t$  の  $y_t$  および  $z_t$  の過去、現在および未来への回帰を考え、 $y$  の将来の係数がゼロであるという命題に等しいことが証明された (定理4.2)。次には、見せかけの因果関係、間接的因果関係と偏因果関係の関数が扱われる。つまり、偏因果性という概念を適用することによって、見せかけの因果関係、間接的因果関係がどのように変化するのかが調べられる。見せかけの因果関係および間接的因果関係が存在するとき、第3の変量の効果を除去した後で一方方向の因果関係が存在するための条件および無関係となるための条件が与えられる (命題4.1、命題4.2、命題4.3、命題4.4、系4.3)。アメリカと日本における、貨幣残高、名目所得および利子率の間の偏因果関係の実証例が5章で与えられる。特に、アメリカの例では、利子率→貨幣残高→名目所得という関係が得られた。(ここで、 $A \rightarrow B$  は、変量Aが変量Bをグレンジャーの意味で引き起こすことを意味する。)

第2部は、統計的推移測理論における仮説検定論のなかの同時仮説検定法が扱われる。階層化された対立仮説が存在する場合の同時仮説検定法として、まず、Hosoya (1985) によって提案された。“一般化された尤度比検定 (A Generalized Likelihood Ratio (GLR) Test)”を基本的な道具として導入し、その検定法の定義、検定統計量の分布上の漸近的性質が6章で概説される。次に、GLR検定に基づき、階層化された線形回帰モデルの回帰係数の検定に対し、小標本の同時仮説検定法が2種類提案される。

1つは、“階層化されたベータ検定”とよばれたもので、回帰モデルに対するGLR検定の小標本版というべきものである。もう1つは、通常回帰分析で使われるF検定を marginal な検定統計量として複数同時に使うもので、“階層化されたF検定”とよばれる。まず、提案する同時検定法の各々について、検定統計量の同時分布が導出される (命題7.1、命題7.2)。また、そのつぎに

は確率誤差率および臨界値の評価方法が説明される。その際あらわれる多重積分の数値評価に関して、扱われるモデルの自由度の性質に応じて、再帰式または数値積分法を適用することによって、評価が可能となり、提案する小標本の同時仮説検定法を現実にご利用可能な物としている。特に、扱う統計量の一部がマルコフ性をもつことを利用して、多重積分の次元をおとし、数値積分による評価に際し、計算効率の点より有効なアルゴリズムを与えている。

また、8章ではここで提案された小標本の同時仮説検定法の検出力の性質が調べられる。検出力の最大機会損失という概念によって、提案された2つの検定法と通常のF検定とが比較され、提案する検定法がいずれも望ましい検出力の性質をもつことが示された。つまり、提案する同時検定法と通常のF検定を比較した場合、一様に一方が他方を陵駕することはないが、提案する同時検定法の検出力の最大機会損失は、通常のF検定のそれよりも大きくはない。9章では、階層化されたモデルの各々に対する信頼区間を構成するためにこれらの同時検定のP-値が定義され、階層化された信頼区間の諸性質およびそれによるモデル選択の方法が説明される。GLR検定及び提案する小標本の同時検定法の応用例が10章で与えられる。

第3部では、統計的推測における条件性原理 (Conditionality Principle) の計量経済学への応用を扱う。11章では、補助統計量を条件付きとして推測を行う条件性原理の視点から、過剰識別の構造方程式に関する制限情報最尤推定量の漸次分散の推定量の比較をおこなう理論的基礎が与えられる。漸近的最大補助統計量を条件付きとした条件付分散の近似として観測されたフィッシャー情報量に基づくLiu & Breen推定量が期待フィッシャー情報量に基づくものよりも平均2乗誤差の意味で良い推定量であることが示される (定理11.1、定理11.2)。12章では、モンテカルロ・シミュレーションによって、条件性推測による制限情報最尤推定量の諸性質を調べる。1つは、11章の結果を小標本でも成立するかどうかを確認すること。もう1つは、制限情報最尤推定であられる固有方程式の最小固有根は、漸次的補助統計量であることが知られており、これを条件付きにして推測をおこなうことの有効性をシミュレーションで確かめてみることである。

13章では、前章で確認された最小固有根による条件付推測を理論的に展開する。条件付分布の漸近展開、厳密分布の導出がなされる (補題13.1、定理13.1、定理13.2、定理13.3、系13.1)。

14章では、実際に高い性能を示した計量経済モデルとして有名なクラインモデルを例にとり、過剰識別構造をもつ構造方程式に制限情報最尤法を適用した場合に、最小固有根を条件付きとする条件付推定が効果的な手続きであることをみる。

## 論文審査結果の要旨

本論文は、多変量定常時系間の因果関係分析 (第I部)、統計的推測理論における同時検定法 (第II部)、及び条件付推測の計量経済モデルへの応用 (第III部) から構成されている。

著者は、第I部第1章において、Granger (1969) による二変量定常時系列における因果関係の概念、そこから派生する諸性質を概説し、第2章で、時間領域での因果関係を検出するためのおもな統計的検定法を概説し、さらに因果関係分析において、代表的実証例である、名目所得と貨幣残高との間の分析に関する議論を紹介している。第3章では、周波数領域での因果関係分析を紹介するとともに、二変量定常時系列に対する周波数領域における因果性尺度である Granger による因果コヒーレンス、Geweke のフィードバック尺度、赤池の相対パワー寄与率の三つの尺度の間に成立する関係を定理3.1において示している。

第三の変量の影響を考慮する必要がある場合には、二変量の因果関係分析は、直接的には拡張することができない。そのような場合の分析においては、さまざまな困難が生じることを Granger (1980) は指摘し、また、Hsiao (1982) は、システムに第三の変量が存在する場合には、通常の因果関係の他に、見せかけの因果関係、及び間接的因果関係が存在し得ることを示し、それらが存在するための諸条件を与えた。この困難を解消するための一つの方法として、著者は第4章において、偏因果性 (Partial Causality) という概念を導入する。偏因果性とは、第三の変量の効果を問題となる二変量から除去し、そうした後で二変量間の因果関係を扱うものである。この概念にもとづいて著者は、偏因果性のシステムと第三の変量を含む出発点の三変量システムについて、両システムの自己回帰係数間の関係を定理4.1で与えている。その定理から派生する結果として、偏因果性のシステムにおいて一方向の因果関係が生じるための条件、及び因果性が存在しない条件を出発点のシステムの自己回帰係数のゼロ制約という形で、系4.1、4.2において与えている。

二変量定常時系列間の因果関係を検定するための有用な検定法の一つとして Sims 検定が知られているが、定理4.2において著者は偏因果関係に対する Sims 検定を可能にする分析ラグ表現を導いている。つまり、今、三変量  $(x, y, z)$  を出発点のシステムとし、 $(x^*, y^*)$  を第三の変量  $\{z\}$  の効果を除去した後の偏因果関係のシステムとする。そのとき、変量  $x^*$  が変量  $y^*$  を Granger の意味で引き起こしていない、という命題は、 $y$  および  $z$  の過去、現在および未来への  $x$  の回帰を考えたとき、 $y$  の将来の回帰係数がゼロであるという命題と同等であることを、Hilbert 空間における射影の議論を使って証明している。

次に著者は、偏因果性の概念と見せかけの因果関係、間接的因果関係との関係を扱っている。見せかけの因果関係あるいは間接的因果関係が存在するとき、第三の変量の効果を除去した後で一方向の因果関係が存在するための条件および因果関係がなくなるための条件を著者は、命題4.1から4.4、及び系4.3で与えている。

第5章では第4章で考察した偏因果性の分析をアメリカと日本における、貨幣残高、名目所得および利子率の間の因果関係の実証分析に応用している。とくに、1947年第1四半期から1983年第3四半期までの季節調整済データを使用して行われたアメリカ経済の分析では、利子率が貨幣残高を Granger の意味で引き起こし、また貨幣残高が名目所得を引き起こすという関係を得ている。これ

は、利子率の能動的な役割を実証的に示し、三つの主要な経済変数間に偏因果関係からの因果序列を与える興味ある結果である。また、この結果は、多変量時系列間の因果関係の解析に今後有用な分析枠組みを与えるものである。

## II

第II部では、統計的推測理論における同時仮説検定法を考察している。

第6章において著者はまず、階層化された複数の対立仮説が存在する場合の同時仮説検定法として、細谷（1985）によって提案された、“一般化尤度比検定（GLR 検定）”を紹介し、その検定法の定義および考え方、検定統計量の分布の漸近的性質を概説している。第7章において著者は、階層化された線形回帰モデルの回帰係数の検定に対し、GLR 検定に基づく小標本の同時仮説検定法を二種類提案している。一つは、“階層化された $\beta$ 検定”であり、回帰モデルに対する GLR 検定の小標本版となっているものである。もう一つは、通常の回帰分析で用いられる F 検定を周辺検定統計量として複数同時に使うもので、“階層化された F 検定”とよんでいる。命題7.1、7.2において、提案する二つの同時検定法のそれぞれについて、検定統計量の同時分析を導出している。また、過誤確率および臨界値の評価方法を与えている。具体的には、検定するモデルの係数パラメータの個数が、偶数個ずつに分けられているときは、再帰式によって厳密に積分評価が可能となることを示し、必ずしも偶数個に分けられない場合には、数値的に積分評価が可能となる手続きを提案している。例えば、階層間の自由度の差が1である場合には、三重積分を使うことによって、階層化された F 検定では、七つの対立仮説を同時に扱うことができ、階層化された $\beta$ 検定では、八つの対立仮説を同時に扱うことが可能となることを示している。

また、第8章において著者は、この小標本の同時仮説検定法の検出力の性質を調べている。検出力の最大機会損失という概念によって、提案された二つの検定法と通常の F 検定とを比較し、一樣に一方が他方を凌駕することはないが、提案する同時検定法の検出力の最大機会損失は、通常の F 検定のそれよりも大きくならないことを数値解析的に示している。

第9章では、階層化されたモデルの各々に対する信頼区間を構成するためにこれらの同時検定の確率値を定義し、階層化された信頼区間の諸性質およびこれに基づくモデル選択の方法を説明している。そして第10章においては、GLR 検定及び提案する小標本の同時検定法の応用例を与えている。とくに、日本における名目所得と貨幣残高のあいだの因果関係分析のための Sims 検定に対して同時仮説検定法を適用した例では、F 検定を利用する通常の Sims 検定による結果と比べて、同時検定を利用した結果は、貨幣残高から名目所得への一方向の因果関係がより明確に検出されるという結論を著者は得ている。

## III

第III部では、統計的推測における条件性原理の計量モデルへの応用が扱われている。第11章及び

第13章は細谷、佃、照井（1989）による結果である。

まず第11章において著者は、補助統計量を条件付きとして推測を行う条件性原理の視点から、過剰識別な構造方程式の制限情報最尤推定量について、漸近分散の推定量の比較を行う理論的基礎を説明している。まず曲指数分布族を定義し、過剰識別な構造方程式にあらわれる内生変数の同時密度関数が曲指数分布族を構成することを定理11.1で示している。それに続き定理11.2では、漸近的な最大補助統計量を条件付きとした条件付き分散の近似としては、観測された Fisher 情報量にもとづく Liu & Breen 推定量が期待 Fisher 情報量にもとづくものよりも平均2乗誤差の意味で良い推定量であることを証明している。

第12章では、制限情報最尤推定量の小標本の条件付き特性を、二本の構造方程式を設定しそのうちの 하나가過剰識別となるようなモデルを考え、モンテカルロ法によって調べている。ここでの著者の目的は二つあり、一つは、第11章で得られた結果が小標本でも成立するかどうかを確認すること、そしてもう一つは制限情報最尤推定であらわれる固有方程式の最小固有根を条件付きにした推測の有効性を確かめることである。前者については、標本数が20、誤差項の間に相関がないケースを基本として、さらに標本数を30ないし12に増減したケース、誤差項の間に相関があるケースなどさまざまなケースを設定し比較を行っているが、いずれのケースにおいても一般に、観測された Fisher 情報量から導かれる分散推定量が期待 Fisher 情報量からのものよりも実際の条件付分散の動きをよく捉えていることを確かめている。また後者に関しては、最小固有根の大きさによって分類された推定値の各グループ内で、標本分散を計算しており、最小固有根の値が大きいグループになるにつれて推定値の分散も大きくなってゆき、最小固有根が係数推定量の条件付分散に対して小標本においても有用な情報をもたらしうることを前者と同様に確かめている。

第13章において著者は、条件付推測を理論的に展開している。T を標本数として、条件付分布の  $1/T$  のオーダーまでの漸近展開によって、最小固有根による条件付分布と条件付きでない分布について高次漸近展開の比較を行っている。そして、最小固有根にもとづく漸次的補助統計量と過剰識別度の大きさとが両分布間の関係を決定し、漸近的補助統計量が過剰識別度より大きいときには、条件付分布は条件付きでない分布よりも裾の広い分布となり、逆の場合は、逆の関係となることを示している。さらに、厳密な条件付分布を導出し、その性質を調べている。以上の理論的結果を、補題13.1-13.3、系13.1として与えている。

第14章では、著者は最小固有根に関する条件付推測を実際の計量経済モデルに適用してその効果を調べている。大戦間期（1920-41）のアメリカ経済を説明した計量経済モデルとして知られている Klein モデルを例にとり、過剰識別構造をもつ労働需要関数に制限情報最尤法を適用した場合の係数の有意性検定に関して、条件付きではない Klein 自身の結果と条件付推測とを比較している。その結果、条件付推測を適用した場合には、係数の信頼区間が条件付でない場合より広がり、Klein の推定値の信頼性はより低く評価されるべきであることを示している。

#### Ⅳ

本論文において、照井氏は時系列解析及び計量経済における統計的推測の基礎的諸問題に取り組み、氏の独自の解決法を提示している。なかでも第4章に示された偏因果性概念の導入と、その統計的検定法は、三変量時系列システムに新しい分析方法を与える優れた貢献であり、回帰分析における同時検定法として第7章に示された氏の階層化された $\beta$ 検定及びF検定の業績は、近年議論されているモデル選択問題に、一つの有用な接近法を提示したものとして、高く評価できる。数学的解析、数値計算、シミュレーション、実証分析等広範囲にわたる丹念な作業の中で示された氏の高度な研究能力は、氏が今後この分野において多くの研究結果を挙げることを期待させるに十分である。

以上により、本論文は経済学博士学位論文として合格と判定する。